1) Courbes de fonction, expression, tableau de valeurs

Une ***fonction*** est souvent définie par une ***expression*** (un calcul).

Exemple : $f(x)=3x^3-2$ définit une fonction qui s'appelle *f*.

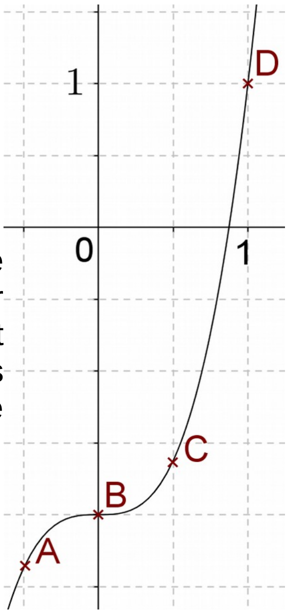
La ***variable*** *x* peut prendre (en général) une infinité de valeurs.
Dans l'exemple, *x* peut prendre n'importe quelle valeur : par exemple si on donne la valeur 2 à *x*, on peut calculer $f(2)=3\times 2^3-2=22$

Si on choisit une suite de valeurs de *x,* on peut calculer la valeur de la fonction (le résultat du calcul) pour chacune de ces valeurs de la variable *x* ; et remplir un ***tableau de valeurs***.

Suite de l'exemple :

x	-0,5	0	0,5	1	les valeurs de *x* sont choisies « comme ça nous arrange »
f(x)	-2,38	-2	-1,63	1	celles de *f(x)* sont calculées

Calcul détaillé pour la première colonne :
$f(-0{,}5)=3\times(-0{,}5)^3-2$
=-2,38
(en utilisant la calculatrice)



A partir de ce tableau de valeurs, on peut placer les points correspondant dans un ***repère*** et les relier pour obtenir une courbe : ***la courbe de la fonction***.

Fin de l'exemple :
A partir du tableau, on obtient la courbe ci-dessus :
Les coordonnées du point A sont (de façon approximative) $(-0{,}5;-2{,}38)$.
Celles du point B sont $(0;-2)$, *etc*.

Remarque : Pour remplir le tableau, on a choisit des valeurs de *x*. Dans l'exemple, on en a choisi 4, ce qui a donné 4 points A, B, C et D.

Plus les points sont nombreux, plus on peut les relier de façon précise.
Une calculatrice ou un ordinateur place en général tellement de points qu'ils s'affichent « collés » les uns aux autres et qu'il n'y a plus besoin de les relier entre eux.

La définition théorique de la courbe de la fonction *f* est : l'ensemble de TOUS les points de coordonnées $(x;y)$ avec $y=f(x)$, pour TOUTES les valeurs possibles pour x.

2) Utilisation de la calculatrice (Texas Instrument)

a) tracer la courbe d'une fonction sur la calculatrice :

Il y a 3 étapes à respecter :

- entrer la formule définissant la fonction (touche $\boxed{f(x)}$ ou $\boxed{y=.}$)
- voir la courbe (touche $\boxed{graphe}$)
- si on ne voit pas bien, on peut régler la fenêtre (touche $\boxed{fenêtre}$ ou $\boxed{window}$)
  on peut aussi ré-initialiser le zoom ($\boxed{zoom}$ $\boxed{standard}$)

b) utiliser une courbe de la calculatrice :

Quand on a une courbe affichée à l'écran, il n'est pas facile de faire des lectures graphiques directement.

- On peut donc utiliser la touche $\boxed{trace}$, qui affiche un curseur « collé » à la courbe. On peut déplacer le curseur avec les touches « flèche droite » et « flèche gauche »
- on peut aussi faire un zoom : par exemple, pour voir de plus près, choisir $\boxed{zoom}$ $\boxed{+.}$, placer le curseur là où on veut zoomer, puis appuyer sur $\boxed{entrée}$ pour que le zoom se fasse.

c) obtenir un tableau de valeurs sur la calculatrice :

Il y a aussi trois étapes :

- entrer la formule définissant la fonction (touche $\boxed{f(x)}$ ou $\boxed{y=.}$)
- régler le tableau en appuyant sur $\boxed{déf\ table}$ (au dessus de la touche $\boxed{fenêtre}$ ou $\boxed{window}$). Il faut entrer la première valeur de x ($\boxed{début}$ ou $\boxed{start}$) puis entrer le $\boxed{pas}$ (parfois appelé : $\boxed{\Delta tbl}$). Le pas, c'est « combien on ajoute à la valeur de x pour obtenir la valeur de x suivante ».
- afficher le tableau (touche $\boxed{table}$)

<u>2 bis) Utilisation de la calculatrice (Casio)</u>

a) tracer la courbe d'une fonction sur la calculatrice :

Il y a 4 étapes à respecter :

- aller dans le $\boxed{menu}$ $\boxed{graphe}$
- entrer la formule définissant la fonction (touche $\boxed{f(x)}$)
- voir la courbe (touche $\boxed{graphe}$)
- si on ne voit pas bien, on peut régler la fenêtre (touche $\boxed{fenêtre}$ ou $\boxed{window}$)
  on peut aussi ré-initialiser le zoom ($\boxed{fenêtre}$ puis $\boxed{init}$)

b) utiliser une courbe de la calculatrice :

Quand on a une courbe affichée à l'écran, il n'est pas facile de faire des lectures graphiques directement.

- On peut donc utiliser la touche $\boxed{trace}$, qui affiche un curseur « collé » à la courbe. On peut déplacer le curseur avec les touches « flèche droite » et « flèche gauche »
- on peut aussi faire un zoom : par exemple, pour voir de plus près, choisir $\boxed{zoom}$ $\boxed{+.}$, placer le curseur là où on veut zoomer, puis appuyer sur $\boxed{entrée}$ pour que le zoom se fasse.

c) obtenir un tableau de valeurs sur la calculatrice :

Il y a aussi 4 étapes :

- aller dans le $\boxed{menu}$ $\boxed{table}$
- entrer la formule définissant la fonction (touche $\boxed{f(x)}$)
- régler le tableau en appuyant sur $\boxed{déf\ table}$ (au dessus de la touche $\boxed{fenêtre}$ ou $\boxed{window}$). Il faut entrer la première valeur de x ($\boxed{début}$ ou $\boxed{start}$) puis entrer le $\boxed{pas}$ (parfois appelé : $\boxed{\Delta tbl}$). Le pas, c'est « combien on ajoute à la valeur de x pour obtenir la valeur de x suivante ».
- afficher le tableau (touche $\boxed{table}$)

3) Position d'un point par rapport à une courbe :

Définition : ***l'équation*** de la courbe de la fonction f est $y=f(x)$.

En effet, si un point de coordonnées $(x;y)$ appartient à cette courbe, son ordonnée *y* a été calculée en utilisant l'expression de *f* (on aurait pu mettre *x* et *y* dans une colonne du tableau de valeurs), donc *y* est égal à $f(x)$.
Réciproquement, si pour un point de coordonnées $(x;y)$, le *y* n'est *pas* égal à $f(x)$, cela signifie que le point n'appartient pas à la courbe, puisque la courbe est l'ensemble de TOUS les points pour lesquels $y=f(x)$.

Propriété : On considère un point P de coordonnées $(x_P;y_P)$:
- si $y_P=f(x_P)$, alors le point P appartient à la courbe de f
- si $y_P> f(x_P)$, alors le point P est au dessus de la courbe de f
- si $y_P< f(x_P)$, alors le point P est en dessous de la courbe de f

Cette propriété doit vous sembler assez évidente, si on réfléchit par rapport au graphique.

4) Fonctions affines et droites :

Les fonctions dont la courbe est une droite sont appelées les **fonctions affines**. Elles sont définies par une expression de la forme $f(x)=mx+p$. On note aussi parfois : $f(x)=ax+b$, mais dans ce cours, les lettres « a » et « b » seront plutôt utilisées pour les fonctions du second degré.

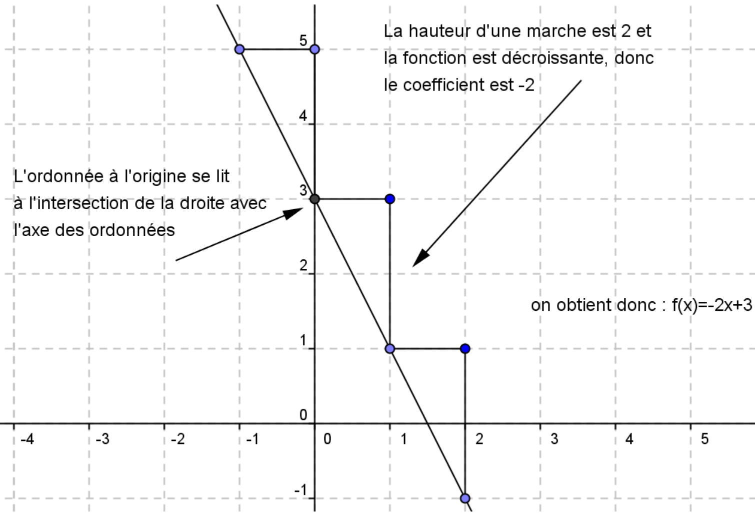
L'équation d'une droite représentant une fonction est donc de la forme $y=f(x)$ c'est à dire ici : $\boxed{y=mx+p}$ où m s'appelle ***la pente*** (ou ***coefficient directeur***) de la droite et p l'***ordonnée à l'origine***.

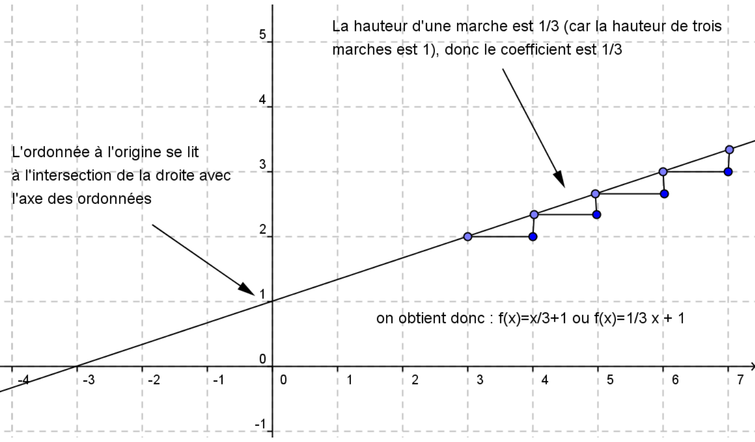
Lorsqu'on a une droite donnée et qu'on veut déterminer la fonction affine correspondante (ou l'équation de la droite), il faut déterminer les deux nombres m et p. Il existe plusieurs moyens pour le faire. En voici un qui a le mérite d'être rapide :

Méthode 1 : pour *lire graphiquement* sur une droite sa pente m et son ordonnée à l'origine p.

- p se lit graphiquement à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées (voir les exemples ci-dessous)
- Pour déterminer m: dessiner un escalier qui suit la droite :
  - il faut que les marches aient une « largeur » de 1 unité
  - la « hauteur » des marches donne la valeur de m (négative si la fonction est décroissante !)

Exemples :





Remarque : plus la pente est grande, plus cela signifie que la fonction croît vite ; si la pente est proche de zéro, cela signifie que la fonction est presque constante ; si la pente est très négative, cela signifie que la fonction décroît rapidement...
La pente est la même en tout point de la droite. Cela signifie que le nombre dérivé (voir chapitre sur la dérivation) de la fonction est le même quelque soit x (qu'il est constant).
En effet, si $f(x)=mx+p$, alors quand on dérive on obtient $f'(x)=m\times 1+0$ c'est à dire $f'(x)=m$.

Méthode 2 : pour *calculer* la pente m d'une droite et et son ordonnée à l'origine p.

Il faut connaître la formule : $\boxed{m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}}$

… et savoir calculer p (voir l'exemple ci-dessous)

Exemple :
On veut déterminer l'équation de la droite (AB) avec A(2;5) et B(4 ;-2)
- calcul de la pente :
$m=\frac{-2-5}{4-2}=-7/2=-3.5$ (la fonction est assez fortement décroissante)
- calcul de l'ordonnée à l'origine :
On écrit $y=mx+p$ et on remplace *m* par sa valeur et *x* et *y* par des valeurs. Ainsi, il n'y aura plus que *p* comme inconnue.
La valeur de m est -3,5 (calculée précédemment)
Pour les valeurs de *x* et *y*, on a le choix entre utiliser les coordonnées de A ou celles de B. En effet, A et B appartiennent tous deux à la droite, donc leurs coordonnées vérifient l'équation de la

droite.
Utilisons par exemple les coordonnées de A : 2 et 5.

$y=mx+p$

$5=-3,5\times 2+p$

$5=-7+p$

$5+7=p$ donc $p=12$

- Conclusion : l'équation de la droite (AB) est $\boxed{y=-3,5\,x+12}$